

Asymmetrically Coupled Directed Percolation Systems

상전이 현상은 통계물리학의 중요한 연구 주제이다. 많은 실험 및 이론 연구의 결과에 따르면, 상전이 현상에는 보편성 부류(universality class)가 존재한다. 이는 대칭성 등의 중요한 성질을 공유하는 계들은 비록 미시적 성질이 다를지라도 같은 특성의 상전이 현상을 보임을 뜻한다. 보편성 부류의 존재는 상전이 현상의 이론적인 연구에 중요한 의미를 지닌다. 복잡한 계의 상전이 현상을 비교적 간단한 모형계를 이용하여 연구할 수 있게 하는 것이다. 우리는 이 글을 통해 전염병의 확산에 관한 간단한 비평형 통계역학 모형을 제안하고 이 모형계에서 일어나는 상전이의 보편성 부류에 관한 연구결과를 발표한 최근의 논문을 소개하고자 한다.

전염병의 확산에서 중요한 역할을 하는 동력학적 과정은, 감염된 개체가 주변의 건강한 개체를 전염시키는 것과 감염된 개체가 스스로 회복하는 과정이다. Contact process(CP)는 이 두 과정에 기반을 둔 모형이다. CP에서 각 개체는 격자 위에 고정되어 있고, 감염되거나 건강한 두 가지의 상태를 갖는다. 그리고 감염된 개체는  $p$ 의 확률로 회복하거나, 혹은  $1-p$ 의 확률로 주위의 개체 중 하나를 감염시킨다. 감염된 개체가 있는 격자점을 입자  $X$ 로 표시하고, 건강한 개체가 있는 격자점을 입자가 비어있는 상태인  $\emptyset$ 로 표시하면, CP의 동력학을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$X \xrightarrow{p} \emptyset, X \xrightarrow{1-p} XX$$

CP 모형이 상전이를 일으키는 것은 쉽게 예측할 수 있다. 확률  $p$ 가 클 경우, 감염된 개체는 주위를 전염시키기 전에 회복될 것이므로 계는 모든 개체가 건강한 상태를 유지하는 상(phase)에 있게 된다. 반면에  $p$ 가 작으면 계는 전염상태가 유지되는 상에 있게 된다.

두 상을 구별하는 질서매개변수는 감염된 개체(혹은 입자  $X$ )의 밀도  $\rho$ 이다.

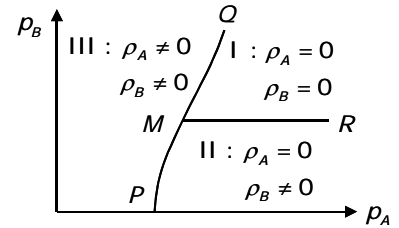
Ising 모형이 평형계의 상전이 연구에 중심적인 역할을 하듯이, CP는 비평형 상전이 연구에 중심적인 역할을 한다. 많은 종류의 비평형계가 CP와 같은 특성의 상전이를 보이고, 이를 directed percolation(DP) class라 부른다. 흥미로운 사실은 매우 간단한 모형임에도 불구하고 CP 모형의 정확한 해는 아직까지 알려져 있지 않다는 것이다.

좀 더 복잡한 전염확산 과정을 생각해 보자. 생명체에서 일어나는 전염확산은 병원체와 이를 억제하는 면역체 사이의 경쟁을 통해 진행된다. 인터넷을 통한 전염확산은 바이러스와 이를 억제하는 백신의 경쟁을 통해 진행된다. 능동적인 면역체계가 작동하는 계에서 일어나는 전염확산 과정은 한 가지 종류의 입자로 구성된 CP로는 기술할 수 없다.

이러한 계의 전염확산 과정을 기술하기 위해 우리는 두 종류의 입자가 비대칭적으로 상호작용하는 asymmetrically coupled directed percolation(ACDP) 모형을 고안하였다. 병원체(바이러스)의 역할을 하는 입자를  $A$ , 면역체(백신)의 역할을 하는 입자를  $B$ 로 표시할 때, 각각의 입자는 다음과 같은 동력학을 갖는다.

- (i)  $A \xrightarrow{p_A} \emptyset, A \xrightarrow{(1-p_A)(1-\lambda)} AA$
- (ii)  $B \xrightarrow{p_B} \emptyset, B \xrightarrow{1-p_B} BB$
- (iii)  $A \xrightarrow{(1-p_A)\lambda} AB$
- (iv)  $AB \xrightarrow{\mu} B$

이 중에 (i)과 (ii)는 두 종류의 입자가 CP형태의 동력학을 갖고 있음을 뜻한다. 두 입자 사이의 비대칭적인 상호작용은 (iii)과 (iv)로 기술된다. (iii)은 병원체가 면역체를 활성화하는 과정을 기술하며, (iv)는 면역체가 병원체를 제거하는 과정을 기술한다.



ACDP 모형은 세 가지 종류의 phase를 갖고, 이들 사이의 phase diagram은 위와 같은 구조를 갖는다. 세 가지 상 중에서 phase I은 면역체계가 가장 효율적으로 작용하는 곳이다. 이곳은 병원체가 침투하더라도 면역체가 활성화되어 병원체를 치료한 후 면역체 스스로도 사라지는 영역이다.

ACDP 모형은 흥미로운 상전이 특성을 보인다. 평균장 이론을 적용하여 우리는 다음과 같은 사실을 해석적으로 밝혔다. 세 가지 상을 나누는  $\overline{MP}$ ,  $\overline{MQ}$ ,  $\overline{MR}$ 에서의 상전이는 CP 모형과 마찬가지로 DP 보편성 부류에 속한다. 한편 다중 임계점  $M$ 에서는 아직까지 알려지지 않은 새로운 부류의 상전이가 일어남을 밝혔고, 우리는 이를 ACDP 보편성 부류라고 명명하였다. 해석적인 분석 이외에도, 평균장 이론이 잘 성립한다고 알려진 small-world network에서의 Monte Carlo simulation을 통해 해석적 결과를 수치적으로 확인하였다.

ACDP는 새롭게 제안된 전염확산 과정의 모형으로, 많은 흥미로운 연구 주제를 제공한다. 복잡한 구조를 갖는 복잡 네트워크에서의 phase diagram의 구조, 평균장 이론이 성립하는 upper critical dimension, 낮은 차원에서 상전이의 보편성 부류, 보다 많은 종류의 입자로 구성된 ACDP로의 확장 등이 우리의 관심사이고, 이에 대한 연구가 현재 진행 중이다.

노재동 (충남대), 박형규 (고등과학원), Phys. Rev. Lett. **94**, 145702 (2005).